Business School

WORKING PAPER SERIES

Working Paper

2014-384

**Gestion et titrisation des risques de
catastrophe naturelle par les options**

Adlane HAFFAR
Lubica HIKKEROVA

<http://www.ipag.fr/fr/accueil/la-recherche/publications-WP.html>

IPAG Business School
184, Boulevard Saint-Germain
75006 Paris
France

IPAG working papers are circulated for discussion and comments only. They have not been peer-reviewed and may not be reproduced without permission of the authors.

Gestion et titrisation des risques de catastrophe naturelle

par les options

Adlane HAFFAR

Doctorant à l'Ecole Nationale Supérieure en Statistique et en Economie Appliquée
(ENSSEA), Alger, Algérie

Lubica HIKKEROVA

Professeure assistante, IPAG Business School, Paris

Résumé

Le présent article s'intéresse à la problématique de la couverture des risques de catastrophes naturelles (Cat Nat). Nous présentons une solution de couverture contre le risque Cat Nat, par le recours à la titrisation, premièrement, en souscrivant des « options sur indice de sinistralité » qui sont des produits dérivés dont le sous-jacent est le rapport entre les sinistres réglés et les primes encaissées pour la branche Cat Nat d'une compagnie d'assurance, durant une période précise, et deuxièmement, en définissant la stratégie de couverture optimale. Des outils de simulation de la sinistralité des catastrophes naturelles et de valorisation des options sont présentés pour mettre en lumière la technicité requise par cette démarche, et dans le but d'émettre des recommandations afin de rendre plus attractif ce genre de produits financiers, qui pourraient constituer une solution d'avenir.

Mots clé : Indice de sinistralité, transfert de risque, risque alternatif, assurance, titrisation, , option Cat Nat, réassurance.

Abstract

This article deals with the issue of natural disaster risk coverage. We introduce a solution to cover this natural disaster risk through securitizations, first, by subscribing « options on total loss experience ratio » that are derivative products, the underlying of which, is the ratio between the paid claim and the premium collected by the natural disaster branch of an insurance company for a specific period, and secondly, by setting the strategy for an optimum coverage. Tools for simulation of natural disasters loss experience and for valuation of options are presented to highlight the technicality required by this approach and to issue recommendations to render this kind of financial products more attractive, which may constitute a forward-looking solution.

Keywords: Total loss ratio, risk transfer, alternative risk, insurance, securitization, natural disaster option, reinsurance.

1. Introduction

Notre planète a connu ses dernières années des bouleversements climatiques importants qui ont engendré une augmentation des phénomènes naturels catastrophiques en nombre et en impact sur les populations et les infrastructures¹. Cela constitue un véritable défi pour les compagnies d'assurance et de réassurance qui voient le coût des dommages liés à ces catastrophes augmenter dans des limites qui menacent jusqu'à leur solvabilité. Au cours des dernières années, les catastrophes naturelles ont provoqué une réduction du capital de plusieurs sociétés d'assurance et de réassurance et diminué la capacité de souscription sur le marché de la réassurance. L'augmentation de la demande de couverture des risques de catastrophe naturelle (Cat Nat), et la diminution de l'offre de réassurance Cat Nat ont alors entraîné de grandes augmentations des primes. Les techniques actuelles de couverture des risques de catastrophe naturelle qui se basent sur la mutualisation et la diversification du risque s'avèrent de plus en plus insuffisantes en termes de remboursement des sinistres². A la différence de la couverture des risques de « haute fréquence et de faible gravité » qui constituent le quotidien des compagnies d'assurance, l'assurance des risques de « faible fréquence et de haute gravité » présente des particularités financières que les compagnies d'assurance doivent aborder avec des approches spécifiques.

Cette difficulté fondamentale de la gestion des risques de « faible fréquence et de haute gravité » et les niveaux d'exposition globaux de plus en plus importants des compagnies d'assurance exigent une augmentation importante du niveau de leur capital disponible dans un contexte haussier des prix lié à la réassurance. Cela a conduit certains assureurs et réassureurs à prospecter de nouveaux moyens pour gérer leur exposition au risque de grandes catastrophes naturelles (dit risques *Cat Nat*). Dans ce contexte, ils se sont tournés notamment vers les marchés boursiers. C'est ainsi que de nouvelles techniques d'assurance ont été mises en place en se basant sur une nouvelle classe d'actifs susceptibles d'attirer les investisseurs. Ces produits financiers sont connus sous les noms de « *Cat options* » et « *Cat bonds* ». La titrisation des risques catastrophiques d'assurance permet ainsi de mutualiser ces risques en les fusionnant avec d'autres risques économiques des marchés financiers (Litzenberger et al., 1995). Compte tenu du contexte actuel des prix haussiers de la réassurance, ces produits

¹<http://www.planetoscope.com/Catastrophes-naturelles/1078-nombre-de-catastrophes-naturelles-dans-le-monde.html>.

²Suisse Re. Revue Sigma N°1/2010.

peuvent générer des opportunités pour les investisseurs lorsqu'ils sont inclus dans une approche de diversification de portefeuilles classiques d'actions et d'obligations.

Du côté des entreprises, la gestion des risques, qu'ils soient industriels ou naturels, est un enjeu majeur de leur compétitivité et survie économiques. Avec la mondialisation des échanges, les progrès technologiques, et les avancées en termes managériales, la « culture de la gestion du risque » (*Enterprise Risk Management*) est devenue une partie intégrante de la gestion de l'entreprise surtout dans les grandes firmes.

Face à ce constat, que faire pour amener les PME/PMI à souscrire une assurance catastrophes naturelles ? Leur fournir cette couverture à un prix « moindre » que celui offert par les compagnies d'assurance ne serait-elle pas la solution ?

C'est à cette problématique globale que nous essayerons d'apporter des éléments de réponse en nous focalisant sur la question :

Est-ce que le recours à la titrisation assurantielle peut garantir aux entreprises une protection optimale contre le risque de catastrophe naturelle ?

Pour y répondre, nous nous intéresserons aux « options sur indice de sinistralité de catastrophe naturelle », lesquelles constituent une nouvelle classe d'actifs dérivés dont l'objectif est de puiser dans le marché financier les fonds nécessaires au remboursement des pertes causées par les catastrophes naturelles. Ce type d'indice devient de plus en plus courant dans l'assurance et la réassurance³. Les indices sont utilisés à des fins d'information, et en tant que données de base pour les produits financiers et les contrats de transfert de risques. Un contrat d'assurance classique adossé à un indice fait dépendre les paiements de cet indice, lequel réplique l'évolution des sinistres d'assurance. Il peut aussi évaluer les sinistres d'assurance en liant les paiements à certains résultats comme, par exemple, l'intensité d'un séisme dans une région donnée. Au fil du temps, l'utilisation d'indices liés aux risques climatiques s'est étendue permettant de créer de nouveaux produits financiers et d'augmenter progressivement le volume des risques transférés directement aux marchés financiers.

L'objectif de cet article est de montrer le bien-fondé de cette technique de couverture et aussi de proposer une solution de couverture pour les PME-PMI qui pourrait être exploitée à l'avenir.

³Suisse Re. Revue Sigma N° 4/2009.

Cet article s'organise comme suit. La seconde section présentera la titrisation assurantielle, le mode de calcul de l'indice de sinistralité, ainsi que le principe de fonctionnement des options et de la stratégie *call spread*. La troisième section développera les modèles d'évaluation des options, et le modèle de simulation de l'indice de sinistralité. La quatrième section mettra, au travers de notre étude de cas, en évidence les résultats de la couverture par un Cat Option. La cinquième section sera consacrée à l'apport des techniques de transfert de risque alternatives aux professionnels de l'assurance. Enfin, nous conclurons.

2. Titrisation et options Cat Nat

Les risques d'assurance, dont ceux de catastrophes naturelles, sont une source intéressante de diversification pour les investisseurs car ils sont décorrélés des risques des marchés financiers. L'achat de titres de compagnies d'assurance ne permet pas réellement d'y accéder car leur résultat dépend fortement de l'évolution des marchés financiers compte tenu de la structure de leur bilan. La titrisation, via des instruments comme les *Cat Bonds*, ou les *options Cat Nat*, offre la possibilité aux investisseurs, en dissociant les risques d'assurance des autres risques, de se positionner directement dessus. Après un bref aperçu de la titrisation, puis des indices de sinistralité, nous nous intéresserons aux spécificités des *options Cat Nat*.

2.1 Titrisation versus réassurance traditionnelle

En général, la titrisation intervient en complément de couverture, sur les tranches catastrophes comme le montre par exemple la couverture du risque lié aux tremblements de terre en Californie en 1998 par SwissRe⁴. Elle complète ainsi la couverture de réassurance traditionnelle. Ses deux produits principaux sont les *Cat Bonds*, et les *options Cat Nat*. Le principe de base des *Cat Bonds* est le suivant : l'entreprise cédante du risque émet (directement ou indirectement – via un véhicule ad hoc : un SPV, Special Purpose Vehicle, comparable à une captive) une dette obligataire dont le remboursement est conditionné à la survenance d'un événement donné. L'émission de *Cat Bonds* reste un moyen de couverture des risques très cher, comparé à une couverture par réassurance. Toutefois, ces obligations présentent certains avantages qui leur permettent d'être une alternative intéressante : elles sont

⁴SwissRe, via SR EarthquakeFund Ltd, a émis 112 millions d'obligations basées sur un indice de perte pour les industries californiennes suite à un tremblement de terre en 1998.

très liquides, l'assuré n'a aucun risque de contrepartie, et il ne peut y avoir de clauses contraignantes.

Les options sur indice *Cat Nat* (Bauwens et Walhin, 2008) constituent un type de titrisation dont les indemnités perçues par la cédante sont calculées à partir d'un indice de sinistralité. Il existe dès lors un risque de non-correspondance entre les indemnités perçues et les sinistres subis par la cédante. On parle du risque de base. Evidemment, ce risque sera plus faible lorsque les caractéristiques d'exposition de la cédante correspondent à celles de l'indice de sinistralité. L'enjeu est donc de trouver (ou de créer) un indice dont l'exposition correspond le mieux à celle de la cédante.

Le tableau ci-dessous recense sur les avantages et inconvénients de la titrisation par rapport à la réassurance classique :

	Cat Bond paramétrique (structuré)	Option sur indice Cat (non structuré)	Couverture de Réassurance
Risque de non-corrélation coût/indemnité	OUI	OUI	NON
Coût de structuration	OUI	NON	NON
Délais de mise en place des contrats	LONG	RAPIDE	RAPIDE
Liquidité	OUI	OUI	NON
Risque de modèle	OUI	OUI	NON
Risque de contrepartie	NON	OUI	OUI
Présence de clauses contraignantes	NON	NON	NON

Tableau n°1 : Comparaison entre la titrisation et la réassurance traditionnelle.

2.2.Catastrophes et indices de sinistralité

Au-delà du débat sur la survenance d'un ou plusieurs événements, on considère qu'il y a survenance d'un sinistre si un événement précis (*une inondation, un tremblement de terre, un ouragan...*) a causé de grosses pertes économiques. Ces pertes peuvent être vues de deux façons : soit du point de vue des particuliers, des entreprises ou de l'Etat ; ou du point de vue des assureurs. Cette première approche est utilisée en France pour le régime '*Cat Nat*'.

Toutefois, la notion de catastrophe peut être définie de façon contractuelle pour un assuré : dans le cas de la titrisation WinCat couvrant un parc automobile, il y a ‘catastrophe’ si une tempête (*avec des vents supérieurs à 75km/h*) détruit 6 000 voitures (*la gravité étant définie explicitement dans le contrat*). Cette notion est alors directement liée au coût réel de la catastrophe : coût pour la compagnie de réassurance ou coût pour le client cherchant à couvrir ses risques. Une autre façon de définir une catastrophe peut se faire indépendamment du coût réel, en utilisant des indices. Deux types d’indices sont utilisés dans le cadre de la gestion des risques catastrophes : les indices assurantiels (ou de sinistralité), et les indices ‘météo’.

L’indice de sinistralité est un ratio financier exprimé en pourcentage, il met en évidence le rapport entre le montant des sinistres à dédommager et celui des primes encaissées d’une branche d’assurance particulière, sur une période de temps généralement annuelle. En principe ce taux doit être inférieur à 1, pour couvrir les coûts de gestion et assurer une bonne rentabilité, elle-même gage de solvabilité des compagnies d’assurance, qu’elles soient mutualistes ou cotées en bourse.

$$\text{Indice de sinistralité} = \frac{\text{Sinistres réglés}}{\text{Primes encaissées}}$$

Les compagnies d’assurance suivent de très près ce taux. Elles analysent aussi l’évolution des facteurs de sinistralité (démographiques, environnementaux, comportementaux, technologiques, politiques et réglementaires, etc.). Ce type d’indice est estimé et publié quotidiennement, il reflète les montants cumulés en euros des demandes d’indemnisations dû aux effets causés par les catastrophes naturelles dans une région et période indiquée dans un Etat. La figure ci-dessous illustre le cas de la France⁵.

⁵ Association Française de l’Assurance, Assurances de biens et de responsabilité, Etude d’avril 2013.

Figure n°1 : Indice de sinistralité (S/P) et fréquence des sinistres en France de 1990 à 2011.

Durant l'année civile (*qui représente un exercice*), l'indice de sinistralité passe par plusieurs étapes de calcul pour estimer chaque événement catastrophique, puisque la détermination du montant des dommages ne peut être effectuée instantanément, du fait du temps nécessaire pour établir les rapports d'expertise. Une autre raison est propre aux catastrophes elles même. Dans le cas d'une tornade par exemple, cette dernière peut mettre des jours avant de s'arrêter, ce qui aura pour conséquence un cumul des dommages. Cela amène les assureurs et réassureurs à estimer un montant provisoire des dommages occasionnés et une provision en cas de changement du montant des pertes. C'est pour cette raison que l'estimation de l'indice de sinistralité est calculée en prenant en considération les périodes de perte et de développement. La période de perte est le laps de temps pendant lequel la catastrophe se produit. Pour le calcul des indices, la période de perte choisie est le trimestre civil. Les contrats dérivés sous-jacents de Mars font référence au premier trimestre, ceux de Juin au deuxième trimestre, ceux de Septembre au troisième trimestre, et ceux de Décembre au quatrième trimestre (Schradin, 1996). La période de développement débute après la période de perte. Durant cette période, les catastrophes qui se sont produites lors de la période de perte sont estimées et ré-estimées. Les utilisateurs des options peuvent choisir des périodes de développement de 6 ou 12 mois.

La valeur de l'indice à l'échéance de la période de développement choisie est utilisée à des fins de règlement en espèces. La valeur de liquidation représente la somme estimée de la perte encore en vigueur après la période de perte et de développement, alors même que l'estimation de la perte pourrait subir des changements. La figure n°2 donne une schématisation de cette structure temporelle.

Figure n°2 : Structure temporelle du calcul de l'indice de sinistralité

Il est évident que pour éviter tout conflit d'intérêt, il est indispensable que les indices de sinistralité soient établis par des organismes indépendants. Soulignons de plus que la période requise pour établir la valeur de l'indice peut être relativement longue. Nous citons à titre d'exemple :

- L'indice PCS (Property Claims Service) : PCS est une association sans but lucratif qui est responsable, depuis 1949 aux Etats-Unis, de la définition d'événements catastrophiques, de l'attribution de numéros de série à ceux-ci, et de l'estimation des dommages qu'ils provoquent. Les indices publiés par PCS, dont le PCS Catastrophe Loss Index, sont utilisés par le CBOT pour la cotation de futures et d'options dont ils sont les sous-jacents. Il existe neuf indices correspondant à des régions différentes. Ils sont calculés périodiquement sur la

base de sondages réalisés auprès de compagnies d'assurance représentant 70% du marché, de modélisations de sinistres et de sondages effectués sur des échantillons d'immeubles, et ajustés dès la survenance d'une catastrophe,

- L'indice GCCI (Guy Carpenter Catastrophe Index) : Cet indice est publié depuis 1997 par IndexCo, une compagnie liée au courtier de réassurance Guy Carpenter. Il sert de sous-jacent à des options négociées sur le Bermuda Commodities Exchange. L'indice est calculé à partir des sinistres subis par une trentaine des plus grands assureurs des Etats-Unis. Des ratios de sinistralité sont publiés par code postal et peuvent ensuite être pondérés pour déterminer la sinistralité au niveau d'une région donnée. Ce grand niveau de détail permet de réduire le risque de base. Cependant, du fait de la grande quantité d'informations à manipuler pour calculer l'indice, celui-ci ne peut être publié rapidement et régulièrement. De plus, il ne tient pas compte de certains périls comme les tremblements de terre,

- L'indice RMS (Risk Management Solutions) : Cet indice n'est pas calculé à partir des pertes enregistrées mais à partir d'un modèle développé par RMS. Les données introduites dans le modèle sont d'une part l'exposition du marché et d'autre part les paramètres mesurés de l'événement catastrophiques (par exemple dans le cas d'une tempête : la localisation, la direction, la vitesse du vent...). Comme les modèles d'estimation du risque changent rapidement, la version du modèle est fixée pour un indice donné afin d'assurer la continuité de celui-ci d'une année à l'autre. Les estimations des sinistres sont publiées en moins d'une semaine et sont détaillées par code postal et par type de péril, ce qui devrait faciliter la gestion du risque de base,

- L'indice Sigma (Publié par SwissRe) : Cet indice n'est pas un indice formel comme ceux publiés par PCS ou Guy Carpenter, mais il s'agit plutôt d'une liste de sinistres majeurs publiés depuis 1970 dans le périodique Sigma de SwissRe. Tous les types de sinistres sont inclus, à l'exception de la responsabilité civile, et répartis en deux catégories : catastrophes naturelles et catastrophes techniques. Les informations proviennent de journaux, de périodiques spécialisés ou directement des compagnies d'assurance ou de réassurance. Bien que cet indice n'ait pas été conçu, compte tenu de sa méthodologie de calcul et transparence, pour être utilisé comme sous-jacent d'instruments financiers, il est cependant régulièrement utilisé à cet effet. Ceci résulte probablement du fait que cet indice recouvre un grand nombre de catégories de sinistres sur des zones géographiques diverses.

3. L'évaluation des options Cat Nat

L'analyse de scénarios économiques revêt une importance particulière pour les assureurs car leur survie dépend de leur capacité à évaluer et à tarifier correctement les risques⁶. Afin de gérer le large éventail de risques – souvent interconnectés – auxquels ils sont confrontés, les assureurs recourent largement aux scénarios et déterminent ainsi leurs décisions financières : tarifs, montants de souscription, et gestion de leur capital. L'analyse de scénarios permet aux assureurs de mettre au point des stratégies d'atténuation des risques et des plans d'urgence pour faire face aux événements anticipés. Les scénarios évaluent l'impact potentiel d'événements catastrophiques sur la situation financière de l'entreprise, en analysant l'évolution d'une série de variables comme le volume d'affaires, les prix des actifs ou les taux d'intérêt. Les valeurs de certains facteurs de risque sont alors simulées à l'aide d'analyses quantitatives, de modélisations stochastiques, et également de jugement personnel *ad-hoc*. Nous présentons ici les modèles utilisés pour valoriser les options Cat Nat compte tenu de la spécificité du sous-jacent dont certains paramètres sont modélisables par des lois de probabilité, tandis que d'autres relèvent plutôt d'analyse de scénarios et de jugement *ad-hoc*.

3.1. Le modèle de Kou

Le modèle de Kou (Pollard, 2008) permet de simuler la sinistralité des catastrophes naturelles, dont la fréquence suit une loi de Poisson, puisqu'il s'agit de phénomènes rares, et dont l'intensité suit une double loi exponentielle, car le montant des dommages est important. En s'inspirant du modèle de Merton (1976), Kou propose un modèle de diffusion de l'actif sous-jacent (ici l'indice de sinistralité) qui est modélisé en deux parties ; un mouvement brownien géométrique continu (Levyne et Sahut, 2009), et des temps de sauts aléatoires où le logarithme de la taille du saut a une distribution exponentielle double. Il est asymétrique et leptokurtique et de la forme suivante :

$$f_Y(y) = p\eta_1 e^{-\eta_1 y} \mathbf{1}_{\{y \geq 0\}} + q\eta_2 e^{-\eta_2 y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} \quad \eta_1 > 0, \eta_2 > 0$$

Avec $p, q \geq 0$ et $p + q = 1$, qui représentent respectivement la probabilité de hausse et de baisse des sauts. Cela est équivalent à :

$$Y = \begin{cases} \xi^+, & \text{avec probabilité } p \\ -\xi^-, & \text{avec probabilité } q \end{cases}$$

⁶Suisse Re. Revue Sigma N°1/2009.

Où $\xi^+ \text{ et } -\xi^-$ sont des variables aléatoires exponentielles avec des taux respectifs $\eta_1 \text{ et } \eta_2$ et les propriétés suivantes :

$$E(Y) = \frac{p}{\eta_1} - \frac{q}{\eta_2} \text{ et } V(Y) = pq \left(\frac{1}{\eta_1} - \frac{1}{\eta_2} \right)^2 + \left(\frac{p}{\eta_1^2} - \frac{q}{\eta_2^2} \right) \eta_1 > 0, \eta_2 > 0$$

On a le rendement de l'actif sous-jacent pour des petites variations de temps égal à :

$$\frac{S_{t+\Delta t} - S_t}{S_t} = \mu \Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} + \sum_{i=N(t)+1}^{N(t+\Delta t)} Y_i$$

Où Z est une variable aléatoire de distribution normale et $\Delta W_t = W_{t+\Delta t} - W_t$.

Sous l'hypothèse que $N(t)$ suit un processus de *Poisson*, la probabilité d'avoir un saut dans l'intervalle $(t, t+\Delta t)$ est $\lambda \Delta t$, ce qui donne :

$$\sum_{i=N(t)+1}^{N(t+\Delta t)} Y_i \approx \begin{cases} Y_{N(t)+1} & \text{avec une probabilité } \lambda \Delta t \\ 0 & \text{avec une probabilité } 1 - \lambda \Delta t \end{cases}$$

La combinaison de ces résultats abouti à un rendement de l'actif sous-jacent (qui dans notre cas est l'indice de sinistralité) distribué approximativement de la sorte :

$$\frac{S_{t+\Delta t} - S_t}{S_t} \approx \mu \Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} + I \times Y$$

Où I est une variable aléatoire de *Bernoulli* avec $P(I = 1) = \lambda \Delta t$.

Lorsque la simulation de la sinistralité des catastrophes naturelles est effectuée, il suffit de divisé cette dernière par les primes encaissées pour avoir la simulation de l'indice de sinistralité. Ce dernier sert alors d'actif sous-jacent pour déterminer le prix de la couverture par option *call spread* qui est calculé à partir du modèle de Merton(1976), lui-même inspiré du modèle de Black & Scholes (1973).

3.2. Le modèle de Black & Scholes

La célèbre formule de Black & Scholes (1973) permettant de calculer, à la date zéro, la valeur d'un call européen sur un indice de la manière suivante :

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

Avec :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

La fonction $N(x)$ désigne la fonction de répartition d'une loi normale centrée-réduite. En d'autres termes, c'est la probabilité qu'une variable suivant une loi normale $\Phi(0,1)$, soit inférieure à x . $N(d_2)$ est la probabilité que l'option soit exercée. $K*N(d_2)$ est donc l'espérance du décaissement à l'échéance. L'expression $S_0*N(d_1)$ est l'espérance d'une variable valant S_T , si $S_T > K$, et zéro sinon, c'est donc l'encaissement espéré à l'échéance.

Le prix de l'option peut donc être appréhendé comme la valeur actuelle nette espérée du projet d'investissement « achat de l'option ». Dans la pratique, la formule de Black & Scholes est appliquée avec un taux sans risque égal au taux actuariel d'un zéro-coupon sans risque de maturité T , cette pratique se révèle exacte d'un point de vue théorique quand r est une fonction connue du temps. Elle est aussi exacte quand le taux d'intérêt est stochastique, tant que le cours de l'indice à la date T suit une loi log-normal et que le paramètre de volatilité est choisi de façon appropriée.

Le modèle de Black & Scholes (1973) se base sur l'hypothèse que l'actif sous-jacent suit une loi log-normale, ce qui dans notre cas pose problème, car comme on l'a vu précédemment, l'indice de sinistralité comporte des sauts. Cela le rend très volatile, et implique un fort écart-type. Par conséquent, ce modèle ne nous permet pas de valoriser correctement la valeur de l'option, et cette dernière est plutôt calculée à partir du modèle de Merton (1976).

3.3. Le modèle de diffusion de Merton

Merton (1976) a proposé un modèle dans lequel le prix de l'indice suit un mouvement brownien géométrique, auquel se superpose un processus à sauts.

Notons :

λ : nombre moyen de sauts par année ;

κ : taille du saut.

La taille du saut est supposée tirée d'une loi de probabilité définie dans le modèle. La probabilité d'un saut pendant un intervalle de longueur Δt est égal à $\lambda \Delta t$. Le taux de croissance espéré du prix de l'actif, dû à la composante discontinue (les sauts) est égale à $\lambda \kappa$.

Merton montre que le prix d'un call européen s'écrit alors :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{-\lambda' T} (\lambda' T)^n}{n!} f_n$$

Où $\lambda' = \lambda(1 + \kappa)$. La variable f_n est le prix donné par le modèle de Black et Scholes (1973), dont la variance est :

$$\sigma^2 + \frac{n\delta^2}{T}$$

Où δ est la volatilité du saut.

Et le taux sans risque :

$$r - \lambda \kappa + \frac{n\gamma}{T}$$

Avec : $\gamma = \ln(1 + \kappa)$.

4. Options *call spread* et couverture des risques catastrophiques

Notre étude de cas consiste à mettre en évidence le recours à la titrisation assurantielle comme transfert de risque alternatif à la réassurance, en souscrivant une option *call spread* (Levyne et Sahut, 2009) dont le sous-jacent est un indice de sinistralité de la branche « assurance contre les effets des catastrophes naturelles », pour offrir aux compagnies d'assurance une nouvelle capacité de financement via les marchés financiers, et aux PME/PMI, une couverture d'assurance mieux adaptée à leurs spécificités et domaines d'activité.

Commençons par introduire les hypothèses de départ suivantes :

- il n'y a pas de frais de transactions ou d'impôts ;
- le marché fonctionne en continu et est bien arbitré ;
- la moyenne et l'écart-type du rendement de l'actif sous-jacent sont constants ;
- les pertes et les primes d'assurances sont concernées par la croissance de la population, le développement, les changements dans la couverture d'assurance, et l'inflation du coût de construction ;

- les options objet de la modélisation sont de type européen ;
- la corrélation des risques entre le marché de l'assurance (catastrophes naturelles) et le marché des capitaux est nulle ;
- il n'y a aucun risque de couverture croisé, ce qui signifie que la structure des pertes prévues par l'assureur est identique à la structure des pertes prévues par le marché dans sa globalité (prévision, région, temps);
- il est impossible de réestimer les montants des réclamations après une certaine date d'échéance, ce qui n'affecte plus la valeur d'indice mais le vrai montant des demandes d'indemnisation de la compagnie d'assurance ;
- l'option est souscrite au début de l'année et son gain est obtenu en fin d'année.

La méthodologie de couverture adoptée est résumée dans la figure n°3.

Figure n° 3 : Méthodologie d'optimisation de la couverture d'assurance Cat Nat.

Pour notre illustration, les valeurs retenues pour une compagnie d'assurance de taille moyenne sont les suivantes :

- Rétention de la compagnie d'assurance : 100 millions d'euros (M€) ;

- Cession de la compagnie d'assurance aux marchés financiers : 330 M€ ;
- X (Prix d'exercice de la position longue) : 20,05 points ;
- Y (Prix d'exercice de la position courte) : 86,05 points ;
- k (Nombre de contrats d'assurance) : 25 000 ;
- Prime moyenne par contrat d'assurance : 4 500 € ;
- Prix de l'option de la position longue : 69 € ;
- Prix de l'option de la position courte : 46 € ;
- Prix de l'option *call spread* : 23 €.

Le graphique n°1 illustre la couverture réalisée suite à la souscription de l'option *call spread*, et donne les résultats selon un certain nombre de scénarios simulés au préalable pour une compagnie d'assurance ayant une part de marché de 5 %.

Graphique n°1 : Evolution de la valeur d'un contrat d'option call spread (COS)

Sur ce graphique, les abscisses correspondent à l'augmentation de l'indice de sinistralité, et les ordonnées aux montants en Euros, X représente le prix d'exercice se référant à la rétention de la compagnie d'assurance, et Y évoque le prix d'exercice se référant à sa cession.

Lorsque l'indice de sinistralité augmente, la valeur nette technique de la compagnie d'assurance qui est égale aux primes encaissées moins les sinistres réglés diminue. Toutefois, si la compagnie a souscrit un certain nombre de contrats sur option *call spread*, la valeur nette de sa couverture *COS* (*Call Option Spread*) augmente, et la valeur nette technique de sa couverture *COS* est stabilisée autour de -100 M € entre X et Y , ce montant correspond à sa rétention. On constate que le recours à ce type de produits dérivés n'empêche pas d'avoir un résultat technique net négatif, qui correspond approximativement au montant de la rétention de l'assureur. Ce dernier est insignifiant par rapport à la perte subie sans la souscription dans les *COS*. Ainsi une réassurance en *stop loss* s'impose aux firmes pour parvenir à équilibrer leurs bilans en fin de compte.

Un autre point important de notre analyse est le coût de la couverture *COS*. Pour illustrer nos propos, nous nous appuyons sur le graphique n°2, lequel donne la valeur de l'indice et du ratio prime/Gain selon le nombre de sinistres résultant de chaque simulation.

Figure n°2: Valeur de l'indice et du ratio prime/Gain selon le nombre de sinistres

On constate qu'en utilisant le ratio Prime sur Gain comme critère de sélection, le scénario le plus optimal pour l'assureur est celui où le nombre de sinistres est de 8. Ceci lui confère une couverture sur l'indice la plus élevée (99 points), avec un ratio Prime/Gain de 9,36 %.

Toutefois, la valeur de l'option COS reste un peu élevée si on analyse le graphique de la prime individuelle. Si on fait l'hypothèse que le nombre de contrats d'options souscrits est égal au nombre d'assurés, la prime par tête serait entre 1000 € et 4500 €, pour un nombre de 25 000 contrats (figure n°3). Cela serait tout à fait à la portée de la clientèle, si cette dernière est constituée de grandes entreprises (GE) et de petites et moyennes entreprises et industries(PME/PMI).

Figure n°3 : Valeur de la prime moyenne par contrat d'assurance selon le nombre de sinistres

Le graphique n°4 nous montre le montant que l'assureur doit réassurer pour chaque scénario probable, qui est égale à la valeur nette technique *COS* dans le cadre de la couverture.

Figure n°4: Valeur du montant de la cession à réassurer selon le nombre de sinistres

On constate que le montant à réassurer varie autour de 100 M€. Cela est tout à fait à la portée des réassureurs qui voient ainsi diminuer leur charge de sinistre. De plus, ce mécanisme de couverture donne à l'assureur un poids plus important dans la négociation, du fait que la couverture de réassurance devient secondaire, ce qui devrait se traduire par une diminution de la prime de réassurance.

5. Implication managériales

Au-delà du résultat financier obtenu, on peut affirmer que la solution présentée, c'est-à-dire le recours aux marchés des capitaux pour couvrir les risques catastrophiques apporte plusieurs avantages pour les différents acteurs concernés. L'assureur bénéficierait d'une diminution de son risque d'insolvabilité, d'un accès rapide à la liquidité servant à l'indemnisation ainsi que d'une couverture totale des capitaux assurés. Il pourrait également baisser sa dépendance par rapport à la réassurance traditionnelle, améliorer la qualité de ses services et augmenter sa capacité de souscription et sa part de marché.

L'assuré pour sa part profiterait d'une indemnisation rapide et totale ainsi que d'une protection plus adaptée à ses besoins. Il serait en outre incité à prendre plus d'initiatives en tant qu'opérateur économique grâce à sa confiance retrouvée dans l'assurance.

Pour les investisseurs, le marché des produits dérivés indexés sur les Cat Nat devrait se développer lorsque les instruments financiers utilisés pour transférer les risques aux investisseurs se simplifieront et se standardiseront davantage. L'importance du transfert du risque assurantiel basé sur des indices va continuer à croître parallèlement à l'évolution du marché⁷. Jusqu'ici, les transactions indexées se sont révélées un outil prometteur de gestion du capital et une source supplémentaire de capacité de (ré)assurance. Elles ont également facilité l'élargissement de la gamme de produits dans le domaine de l'assurance. Au fur et à mesure que les indices et instruments indexés se développent, ils pourraient fournir une base pour le négoce et la tarification de risques assurantiels. A l'avenir, le négoce de contrats indexés et d'indices basés sur de tels contrats pourrait, dans certains cas, permettre d'utiliser les informations de prix de ces contrats pour la tarification d'assurance.

Par ailleurs pour encourager l'utilisation des options Cat Nat, nous suggérons entre autre la clarification par les autorités réglementaires des règles gouvernant l'utilisation de ce type

⁷ Suisse Re, Sigma N° 4/2009.

d'options⁸, une plus grande diffusion d'informations sur les options Cat Nat, la formation d'un plus grand nombre de professionnels à l'utilisation des options Cat Nat à des fins de couverture, la déductibilité fiscale des pertes liées au négoce d'options Cat Nat, l'existence d'un indice standardisé pour les options Cat Nat, la prévention de la manipulation de l'indice au moyen des dommages annoncés, la fixation d'un horizon annuel, et l'accessibilité du négoce des options Cat Nat pour les sociétés affiliées étrangères ou non assurantielles.

Toutefois, on ne devrait pas sous-estimer les risques liés à l'utilisation des produits dérivés. Les pertes énormes subies par les banques comme la Société Générale (voir l'affaire Kerviel⁹) suite à l'utilisation d'actifs dérivés ont conduit bon nombre de trésoriers d'entreprises à la plus grande circonspection, car l'utilisation des options donne la possibilité non seulement de réduire les risques, mais aussi d'en créer. La plupart des pertes se sont concrétisées à cause d'une utilisation inappropriée de ces actifs. Les employés, dont la mission consistait à couvrir les risques de leur entreprise, se sont transformés en spéculateurs. La leçon essentielle à tirer de ces désastres est l'importance du contrôle interne. La direction d'une entreprise devrait donc élaborer une politique claire et dénuée d'ambiguïté quant à l'utilisation des actifs dérivés. Elle devrait aussi transmettre des directives claires aux employés sur les possibilités qu'ils ont de prendre des positions sur le sens d'évolution de certaines variables de marché. De même, la direction devrait instituer des procédures de contrôle de façon à s'assurer que les directives annoncées sont bien appliquées. Donner aux individus la possibilité de traiter des actifs dérivés sans une surveillance scrupuleuse des risques qui sont pris est un passeport pour la catastrophe (Sahut et Boulerne, 2009).

Compte tenu de la complexité liée à l'assurance des catastrophes naturelles, le résultat de cette étude de cas n'est qu'un outil d'aide à la décision pour l'assureur, qui aura besoin d'autres éléments non moins importants, qui l'orienteront dans sa façon d'approcher ses risques.

En effet, il devra avoir une idée précise sur les zones de risque sur le territoire national, travailler en étroite collaboration avec les centres d'étude et de prévention des phénomènes naturels, développer des modèles de simulation en interne ou s'en procurer à travers le marché, mettre en place une équipe multidisciplinaire, et développer sa maîtrise de ce type de produit.

⁸ Suisse Re, Sigma N° 3/2001.

⁹<http://www.lefigaro.fr/economie/affaire-kerviel.php> [consulté le 6 avril 2014].

6. Conclusion

Le but de l'assurance étant la reconstitution des biens afin de garantir la poursuite de l'activité économique, notamment par la protection du tissu industriel constitué en grande partie de PME/PMI qui sont les plus vulnérables aux catastrophes naturelles de par leur taille, il semble donc nécessaire d'accorder une attention particulière au moyen de les protéger efficacement. C'est ce qu'on a voulu démontrer tout au long de cet article.

Nous avons présenté une solution de couverture contre le risque Cat Nat, par le recours à la titrisation, premièrement, en souscrivant des « options sur indice de sinistralité » qui sont des produits dérivés dont le sous-jacent est le rapport entre les sinistres réglés et les primes encaissées pour la branche Cat Nat d'une compagnie d'assurance, durant une période précise, et deuxièmement, en définissant la stratégie de couverture optimale. De plus, nous avons émis des recommandations afin de rendre plus attractif ce genre de produits financiers, lesquels pourraient constituer une solution d'avenir. La globalisation financière permettrait alors de créer un marché financier régional (Europe, Moyen-Orient et Afrique du Nord), pour promouvoir le développement des produits dérivés appliqués aux assurances, garantir la couverture financière de projets de grande envergure à enjeux stratégique pour ces régions, et assurer ainsi un développement durable des domaines névralgiques de nos sociétés.

Bibliographie

- Bauwens V., JF. Walhin, 2008, *La titrisation du risque d'assurance*, Cahiers Financiers, édition Larcier, 231 pages.
- Black F., M. Scholes, 1973, « The Pricing of Options and Corporate Liabilities », *The Journal of Political Economy*, Vol. 81, n°3, pp. 637-654.
- Charpentier A., 2002, « Titrisation des risques catastrophes : les Cat-Bonds », *FFSA / Direction Etudes, Statistiques et Systèmes d'Information*, Septembre.
- Gharbi S., Sahut J.-M., Teulon F., 2014. "R&D investments and high-tech firms' stock return volatility", Working Papers 2014-218, Department of Research, Ipag Business School.
- Levyne O., J.M. Sahut, 2009, *Options réelles, intégrer risque et flexibilité dans les choix d'investissement*, Edition Dunod, 298 pages.
- Litzenberger R.H., D.R. Beaglehole, C.E. Reynolds, 1995, « Assessing Catastrophe Reinsurance – Linked Securities as a New Asset Class », *The Journal of Portfolio Management*, December, pp. 76-86.
- Merton. R.C, 1976, « Option Pricing When Underlying Stock Returns are Discontinuous », *Journal of Financial Economics*, 3, n°1-2, pp 125-144.
- Pollard M., 2008, « A Jump Diffusion Model for Option Pricing », *Department of Statistics, University of California Berkeley*, Stat 251 Paper Review.
- Sahut J.M., S. Boulerne, 2014, « Flaws in Banking Governance », Working Papers 2014-290, Department of Research, Ipag Business School.
- Schradin H.R., 1996, « PCS Catastrophe Insurance Options - A New Instrument for Managing Catastrophe Risk », *Institute for Insurance Sciences, University of Mannheim*, D-68131 Mannheim (Germany).